

DOI: 10.32864/polymmattech-2019-5-3-69-78

УДК 539.3

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ТРУБЕ С ВЯЗКОУПРУГОЙ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИЕЙ

В. В. МОЖАРОВСКИЙ⁺, Д. С. КУЗЬМЕНКОВ, Е. А. ГОЛУБЕВА

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины, ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель, Беларусь

Приведен обзор методов расчета цилиндрических труб из композитов и краткий анализ современных исследований в области расчета цилиндрических труб слоистой структуры. Рассмотрена задача расчета напряжений в трубе из функционально-градиентного материала с упругой оболочкой и полиуретановой теплоизоляцией, нагруженной внутренним давлением, при этом принято, что полиуретановый материал обладает вязкоупругими свойствами.

Построен алгоритм решения граничных задач, моделирующих определение напряжений в бесконечно длинном упругом цилиндре, заключенном в упругую оболочку, нагруженном внутренним давлением с вязкоупругой полиуретановой теплоизоляцией. Использовали операторный метод решения задачи вязкоупругости для трехслойной трубы, считая, что полиуретан обладает реономными свойствами (заменяя модуль упругости на временной оператор по принципу Вольтера). Для реализации расчета напряженно-деформированного состояния трубы использовали параметры различных ядер ползучести и релаксации, входящие в интегральные уравнения теории вязкоупругости. Провели вычисления для слабосингулярного ядра Ржаницына-Колтунова.

Учитывая граничные условия, составлена система линейных алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов, входящих в уравнения для перемещений. Матричным методом решили систему уравнений при заданных геометрических и физических параметрах (с учётом свойств функционально-градиентного материала цилиндра). Полученные коэффициенты применяли в физических уравнениях для определения напряжений и перемещений в трубе. Разработана программа расчета, достоинством которой является простота вычисления напряжений и перемещений не только для труб из функционально-градиентного материала, но и для однородного изотропного материала, как в упругой, так и вязкоупругой постановке.

Создан программный комплекс для расчета напряженного состояния трехслойных труб, в котором учитываются вязкоупругие свойства материала, неоднородности геометрических и физических свойств компонентов слоистых труб. Приведены примеры расчета, построены графики изменения радиальных и окружных напряжений в трехслойной трубе из разных материалов для времен $t = 0$ и для $t = \infty$. Показан характер изменения радиальных и окружных напряжений. Отмечено, что особенно возрастают напряжения для функционально- неоднородных труб при росте параметра неоднородности β .

Ключевые слова: вязкоупругость, слоистая труба, функционально-градиентный материал, компьютерная программа, композит.

CALCULATION OF TENSION IN THE THREE-LAYER PIPE WITH VISCOELASTIC THERMAL INSULATION

V. V. MOZHAROVSKY⁺, D. S. KUZMENKOV, E. A. GOLUBEVA

Francisk Skorina Gomel State University, Sovetskaya St., 104, 246019, Gomel, Belarus

⁺ Автор, с которым следует вести переписку. E-mail: mozh@gsu.by

The review of calculation methods of cylindrical composites pipes and the brief analysis of modern researches in the field of calculation of cylindrical layered structure pipes are presented. The problem of calculating stresses in a pipe made of a functionally gradient material with an elastic shell and polyurethane thermal insulation loaded with internal pressure is considered. It is taken into account that the polyurethane material has viscoelastic properties.

An algorithm for solving boundary-value problems modeling the determination of stresses in an infinitely long elastic cylinder enclosed in an elastic shell loaded with internal pressure with viscoelastic polyurethane thermal insulation is developed. An operator method to solve the viscoelastic problem for a three-layer pipe is applied. It is considered that polyurethane has rheonomic properties (it is replaced the elastic modulus with a temporary operator according to the Voltaire principle). To implement the calculation of the stress-strain state of the pipe, the parameters of various creep and relaxation kernel included in the integral equations of the theory of viscoelasticity is used. Computations were performed for the weakly singular Rzhانيتsyn-Koltunov kernel.

An algorithm and software implementation of the solution to the calculation problem has been created. Taking into consideration the boundary conditions a system of linear algebraic equations is compiled to find the unknown coefficients in the equations for displacements. It is solved the system of equations for given geometric and physical parameters (taking into account the properties of the functionally gradient material of the cylinder) with a matrix method. The obtained coefficients are applied in the physical equations to determine the stresses and displacements in the pipe. The advantage of the developed calculation program is calculation simplicity of stresses and displacements not only for pipes made of a functionally gradient material, but also for a homogeneous isotropic material, both in elastic and viscoelastic formulations.

As a computer software implementation of stress state calculation for three-layer pipes was created a software package. It includes viscoelasticity, inhomogeneity, geometric and physical properties of laminated pipe components. Examples of calculations are given. Graphs of changes in radial and circumferential stresses of three-layer pipe at $t = 0$ and $t = \infty$ are plotted. The nature of the change in radial and circumferential stresses is shown. It was noted that stresses of functionally inhomogeneous pipes increase especially with an increase in the inhomogeneity parameter β .

Keywords: viscoelasticity, pipe, functionally gradient material, computer program, composite.

Введение

Совершенствование конструкций современной техники предопределяет применение новых материалов с улучшенными эксплуатационными характеристиками. В различных технических системах на место традиционных металлов и сплавов приходят композиционные материалы. Математическое моделирование с применением аналитических и полуаналитических методов расчета труб, сводящихся к решению краевых задач и систем алгебраических уравнений, позволяет рассчитывать напряженно-деформированное состояние труб из композиционных материалов. Современный уровень развития математических моделей достаточно высок. Однако существует необходимость создания новых компьютерных программ расчета. Создание и развитие новых расчетных методов для исследования напряженно-деформированного состояния труб из композитов с учетом их структурных особенностей, а также разработка на их основе автоматизированных программных комплексов, осуществляющих учет, контроль и диагностику трубопроводных систем различного назначения, способствуют повышению их безопасности и эксплуатационной надежности.

Цель работы — разработка методов расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных труб, находящихся под действием внутреннего давления, с учетом явлений вязкоупругости и их программная реализация.

Обзор методов расчета цилиндрических труб из композитов

Трубы из композиционных материалов, в том числе слоистые трубы, широко используют в трубопроводных системах в различных отраслях народного хозяйства. Расчет композиционных труб, в основном, строится по теории упругости анизотропного тела. Проведем краткий анализ современных исследований в области расчета цилиндрических труб слоистой структуры. Детальная разработка схем и расчетов для композиционных слоистых материалов на основании теории анизотропной упругости дана в [1, 2], на основании теории слоистых систем — в [3]. В [4, 5] представлено общее решение для анизотропного цилиндра в виде рядов Фурье. Расчет оболочки, нагруженной внутренним давлением и образованной намоткой полимерных пленок, рассматривают в [6]. Расчеты выполнены с использованием пакета MathCad. Группа авторов в [7–9] провела анализ расчета упругих напряжений в слоистых трубах. Результаты расчетно-экспериментального исследования гидроупругого процесса в образце полиамидного трубопровода, заполненного жидкостью, представлены в работах [10–11]. Упругую задачу решали методом конечных элементов (МКЭ). Напряженно-деформированное состояние определяли суперпозицией быстрых стержневых и медленных оболочечных форм движения. Получили удовле-

творительное соответствие расчетных и опытных данных. Моделирование термомеханических воздействий на системы стальных трубопроводов рассматривали в работе [12]. Проверку полученных результатов проводили с использованием коммерческих программ, реализующих метод МКЭ. Конечно-элементную программу ABAQUS использовали в работах [8, 13]. В [8] представлен алгоритм исследования распределения напряжений в трубах из слоистого композиционного материала, расчет волокнистого композиционного материала осуществляли на основе новых математических моделей. В расчетных примерах рассматривали цилиндры, сосуды и резервуары цилиндрической формы [14]. В работе [15] представили теоретические выкладки расчета напряженного состояния упругого цилиндра из функционально-градиентного материала (ФГМ), достаточно подробно изложили основные формулы для нахождения напряжений в зависимости от механических свойств ФГМ, предполагая, что жесткость материала, которая подчиняется простому степенному закону, изменяется по толщине стенки, а коэффициент Пуассона постоянен. Провели сравнение распределений напряжений, зависящих от константы неоднородности, с распределениями однородного случая. Результаты представили в виде графиков. При создании программного модуля для расчета деформаций в трубе в зависимости от времени использовали модель функциональной неоднородности материала [15]. Аналитическое решение для расчета радиальных и окружных напряжений в трубе из ФГМ под воздействием внутреннего давления и температуры представлено в работе [16]. В диссертации [17] не затронуты проблемы, касающиеся функциональной неоднородности материала, однако, построены графики изменения напряжений от радиуса цилиндра и параметра неоднородности. Более подробно исследовано влияние вязкоупругости на напряженно-деформированное состояние (НДС) в трехслойных трубах из композиционных материалов.

Из анализа литературных данных следует, что при решении задачи моделирования НДС цилиндрических тел и расчета слоистых конструкций из армированных полимеров, важно учитывать следующие аспекты:

- влияние внешних воздействий (силовых, механических, воздействия температурных полей и т. д.) при производстве и эксплуатации трубопроводных систем слоистой структуры;
- физико-механические характеристики композитов;
- возможности современных систем оценки и диагностирования, прогнозирования состояния систем трубопроводов на базе новых компьютерных технологий.

Расчет напряжений в трубе из функционально-градиентного материала с упругой оболочкой и теплоизоляцией из вязкоупругого материала

Постановка задачи. Исследовать НДС слоистой цилиндрической трубы из полимерного композиционного материала под действием равномерно распределенного внутреннего давления.

На рис. 1 представлены трехслойные полимерные трубы, для которых необходимо рассчитать НДС с учетом их деформационных, силовых, температурных, и других факторов. В связи с этим рассмотрели задачу о бесконечно длинном упругом цилиндре, заключенном в упругую оболочку с полиуретановой теплоизоляцией, нагруженном внутренним давлением. Учитывали, что полиуретановый материал обладает вязкоупругими свойствами (здесь и далее температурные факторы не учитываем). Модель для расчета представлена на рис. 2. Считали, что внутренний слой (т. е. сам цилиндр) состоит из функционально-градиентного материала. Затем строили алгоритм решения граничной задачи, в котором, в отличие от работ [8, 9], методика расчета НДС учитывает вязкоупругие характеристики трехслойной трубы. Алгоритм реализовали в компьютерной программе.

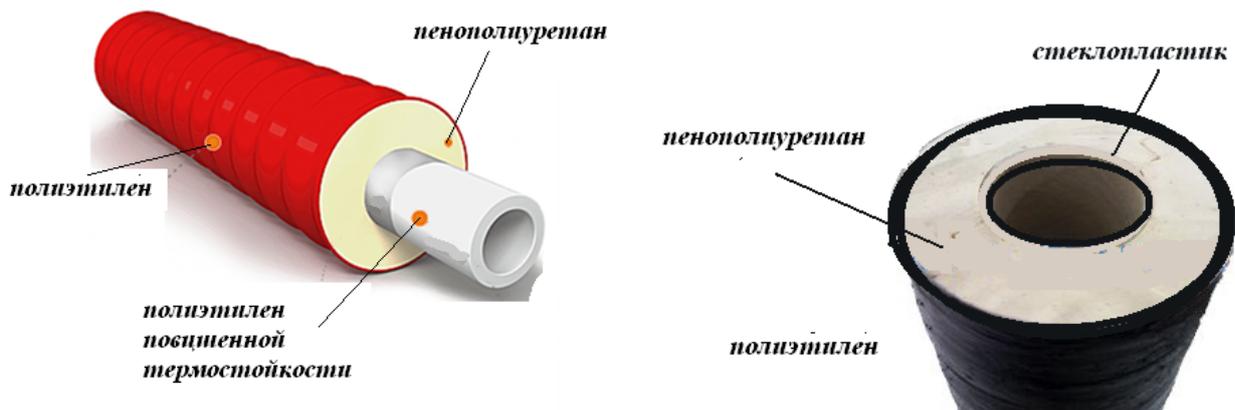


Рисунок 1 — Пример слоистых труб из полимеров для теплоснабжения [18]

Fig. 1 — An simple of the layered tubes of polymers to heat [18]

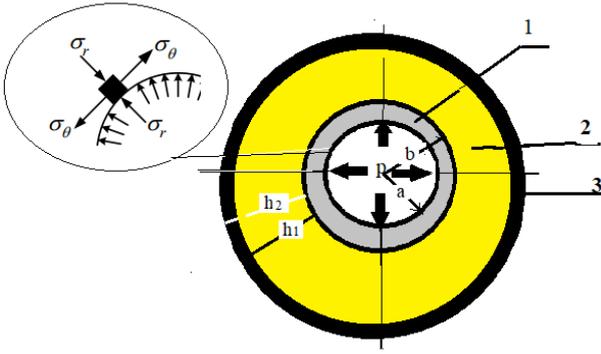


Рисунок 2 — Модель для расчета цилиндра в упругой оболочке под действием внутреннего давления. 1 – труба из композита, 2 – теплоизоляция, 3 – оболочка

Fig. 2 — Model for calculating of cylinder in elastic shell under internal pressure. 1 – composite pipe, 2 – thermal insulation, 3 – shell

Разработка математической модели. Поведение оболочки и трубы описывали физическими уравнениями теории упругости, а наполнителя — уравнениями вязкоупругости. Использовали операторный метод решения задачи вязкоупругости для трехслойной трубы, считая, что полиуретан обладает реономными свойствами (заменяя модуль упругости на временной оператор по принципу Вольтера [8]). Для реализации расчета напряженно-деформированного состояния трубы использовали параметры различных ядер ползучести и релаксации, входящие в интегральные уравнения теории вязкоупругости с применением принципа Вольтера.

Решали систему алгебраических уравнений с временными операторами при заданных геометрических и физических параметрах, находили напряжения и перемещения. Аналогично [8], построили решение для трехслойной трубы.

Поведение оболочки и наполнителя описывали уравнениями теории упругости. Для полной механико-математической постановки задачи имеем:

1. Уравнение равновесия в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0;$$

2. Связь тензора деформации с компонентами векторов перемещений (соотношение Коши)

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_z = 0; \quad (1)$$

3. Физические уравнения (закон Гука) — связь тензора напряжений с тензором деформации

$$\sigma_r = 2G\varepsilon_r + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta),$$

$$\sigma_\theta = 2G\varepsilon_\theta + \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta).$$

Здесь коэффициент λ для случая плоского напряженного состояния (ПНС) имеет вид

$\lambda = 2G\nu/(1-\nu)$, а для плоского деформированного состояния (ПДС) $\lambda = 2G\nu/(1-2\nu)$. В дальнейшем принимали, что G_1 и λ_1 относятся к материалу цилиндра, а G_2 и λ_2 — к материалу наполнителя и G_3 и λ_3 — к материалу оболочки.

В процессе решения и создания алгоритма расчета для вязкоупругого случая заменяли упругие постоянные для материала наполнителя на временные операторы, учитывая, что модуль сдвига выражается через модуль Юнга $G_2 = E_2/2(1+\nu_2)$ и, принимая $\nu_2 = const$. Оператор \tilde{E}_2 , содержащий ядро релаксации:

$$\tilde{E}_2 \cdot 1 = E_2 \left[1 - \int_0^t R(t-\tau) \cdot 1 d\tau \right],$$

оператор \tilde{E}_2^{-1} , содержащий ядро ползучести:

$$\tilde{E}_2^{-1} \cdot 1 = E_2^{-1} \left[1 + \int_0^t K(t-\tau) \cdot 1 d\tau \right],$$

действуют на функцию давления $p(t)$. Здесь $R(t-\tau), K(t-\tau)$ — функции влияния (ядро релаксации, ядро ползучести соответственно), E_2 — модуль упругости, τ — текущее время.

Так как материал цилиндра (т. е. внутреннего слоя) функционально-градиентный с модулем упругости $E(r) = Er^\beta$, то считали, что параметр неоднородности изменяется в пределах $-2 \leq \beta \leq 2$. Уравнение равновесия в перемещениях будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} = 0.$$

Из решения этого уравнения находили перемещение, а затем и напряжения. Таким образом, с учётом формулы (1), получили решение в упругом случае для трубы из ФГМ [15]:

$$u_r^{(1)} = A_1 r^{m_1} + B_1 r^{m_2},$$

$$\sigma_r^{(1)} = C_{11} \varepsilon_r^{(1)} + C_{12} \varepsilon_\theta^{(1)} =$$

$$= C_{11} (A_1 m_1 r^{m_1-1} + B_1 m_2 r^{m_2-1}) + C_{12} (A_1 r^{m_1-1} + B_1 r^{m_2-1}), \quad (2)$$

$$\sigma_\theta^{(1)} = C_{12} \varepsilon_r^{(1)} + C_{11} \varepsilon_\theta^{(1)} =$$

$$= C_{12} (A_1 m_1 r^{m_1-1} + B_1 m_2 r^{m_2-1}) + C_{11} (A_1 r^{m_1-1} + B_1 r^{m_2-1}),$$

где

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left(-\beta \pm \sqrt{4 + \beta^2 - 4\beta\nu^*} \right)$$

для вязкоупругого наполнителя и упругой оболочки

$$u_r^{(2)} = A_2 r + B_2 \frac{1}{r}, \quad u_r^{(3)} = A_3 r + B_3 \frac{1}{r}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta}^{(2)} &= (2G_2 + 2\lambda_2) A_2 + 2G_2 B_2 \frac{1}{r^2}, \\ \sigma_r^{(2)} &= (2G_2 + 2\lambda_2) A_2 - 2G_2 B_2 \frac{1}{r^2}, \\ \sigma_{\theta}^{(3)} &= (2G_3 + 2\lambda_3) A_3 + 2G_3 B_3 \frac{1}{r^2}, \\ \sigma_r^{(3)} &= (2G_3 + 2\lambda_3) A_3 - 2G_3 B_3 \frac{1}{r^2}.\end{aligned}\tag{4}$$

Постоянные A_i, B_i определяли из граничных условий

$$\begin{aligned}\sigma_{r/r=a}^{(1)} &= -p, u_{r/r=b}^{(1)} = u_{r/r=b}^{(2)}, \\ \sigma_{r/r=b}^{(1)} &= \sigma_{r/r=b}^{(2)}, \sigma_{r/r=b+h_1}^{(2)} = \sigma_{r/r=b+h_1}^{(3)},\end{aligned}\tag{5}$$

$$u_{r/r=b+h_1}^{(2)} = u_{r/r=b+h_1}^{(3)}, \sigma_{r/r=b+h_2}^{(3)} = 0,$$

где

$$\begin{aligned}v^* &= \frac{\nu}{(1-\nu)}, C_{11} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} r^\beta, \\ C_{12} &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} r^\beta.\end{aligned}$$

Прямое решение вязкоупругой задачи с учетом граничных условий и временных операторов сводится к решению алгебраической системы уравнений с интегральными операторами, что представляет собой сложную задачу. Процессы ползучести и релаксации полиуретана проходят достаточно быстро (изменяются максимально в течении 60 мин). Тогда достаточно исследовать процесс ползучести и релаксации для материала наполнителя, а затем заменить упругие постоянные в алгоритме расчета для различного периода времени действия давления. Такое решение является точным для времени $t = 0$, $t = \infty$ и показывает тенденцию развития изменения напряженного состояния во времени. Если нужно проследить динамику развития релаксации во времени за небольшой промежуток времени (в минутах), то можно использовать методы решения задачи теории вязкоупругости, например, используя преобразования Лапласа, которые применили Ли, Радок и Вудвард [20] для решения задачи облицованного вязкоупругого цилиндра под действием внутреннего давления. Следует отметить, что удобно проводить вычисления для слабосингулярного ядра Ржаницына-Колтунова [21] при $\beta^* = 0$, $R(t) = Ae^{-\beta t} t^{\alpha-1}$ и резольвенты

$$K(t) = At^{-1} e^{-\beta t} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(A\Gamma(\alpha)t^\alpha)^i}{\Gamma(i\alpha)} \right],$$

для которых, входящие в физические зависимости интегралы вычисляли через сумму гамма-функций

для случая $\sigma(t), \varepsilon(t) - \text{const}$ [8],

$$\begin{aligned}\tilde{R}(\tau) &= \int_0^\tau R(s) ds = \frac{A^*}{\beta^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta^*}{\bar{\lambda}^\alpha} \right)^n \frac{\gamma(\alpha n, \bar{\lambda} \tau)}{\Gamma(\alpha n)}, \\ \tilde{K}(\tau) &= \int_0^\tau K(s) ds = \frac{A^*}{\bar{\beta}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\bar{\beta}}{\bar{\lambda}^\alpha} \right)^n \frac{\gamma(\alpha n, \bar{\lambda} \tau)}{\Gamma(\alpha n)}.\end{aligned}$$

При вычислении интегралов можно использовать конечную сумму до k -го члена. Из вышеприведенных формул, учитывая $(\beta^* = \bar{\beta} - A^*)$ при $\tau \rightarrow \infty$, имеем:

$$\int_0^\infty R(s) ds = \frac{A^*}{\beta^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta^*}{\bar{\lambda}^\alpha} \right)^n = \frac{A^*}{\bar{\lambda}^\alpha - \beta^*} = \frac{A^*}{\bar{\lambda}^\alpha - (\bar{\beta} - A^*)},$$

$$\int_0^\infty K(s) ds = \frac{A^*}{\bar{\beta}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\bar{\beta}}{\bar{\lambda}^\alpha} \right)^n = \frac{A^*}{\bar{\lambda}^\alpha - \bar{\beta}},$$

где $\Gamma(x), \gamma(x)$ — гамма-функции; $A^*, \bar{\beta}, \bar{\lambda}, \alpha$ — реологические параметры, которые легко находим по экспериментальным данным и графикам согласно [21].

Алгоритм и программная реализация решения задачи. Полученные результаты

Далее необходимо решить систему уравнений при заданных геометрических и физических параметрах (с учётом свойств функционально-градиентного материала цилиндра), найти напряжения и перемещения. Из граничных условий (5) составляли систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) 6×6 для нахождения неизвестных коэффициентов $A_i, B_i, i = \overline{1,3}$ Матричным методом Гаусса решали СЛАУ и полученные коэффициенты подставляли в уравнения (2)–(4) для определения напряжений и перемещений в трубе. Решали систему уравнений при заданных геометрических и физических параметрах (с учётом ФГМ цилиндра), а затем для вязкоупругого случая применяли алгебру операторов. Полученные коэффициенты подставляли в физические уравнения для определения напряжений и перемещений в трубе.

Для тестирования результатов и упрощения вычислений расчет проводили для времени $t = 0$ и $t = \infty$. Программа по заранее определенному алгоритму, строит матрицу и вектор свободных членов системы линейных алгебраических уравнений, решает ее, по формулам определяет напряжения и перемещения, выводит результаты в виде таблицы и графиков зависимости $\sigma_r^{(k)}, \sigma_{\theta}^{(k)}, u_r^{(k)}$ от упругих и геометрических параметров трехслойной трубы. Достоинством разработанной программы расчета является простота вычисления напряжений и перемещений не только для труб из ФГМ, но и для однородного изотропного материала как в упругой,

так и вязкоупругой постановке. Для иллюстрации и тестирования программы рассчитали напряженное состояние в трехслойной трубе с изменяющимися во времени упругими свойствами полимерного покрытия (численная методика расчета этой трубы с учетом временного фактора представлена в диссертации [17]). В этой работе приведен расчет трубы Soluforce RTP, имеющей три слоя (рис. 3). Внутренний слой выполнен из полиэтилена ПЭ 100 (материал 1), средний слой — армирующая лента (материал 2), а в качестве внешнего покрытия выступает полиэтилен, ПЭ 100, стойкий к ультрафиолетовым лучам (материал 3 с упругими свойствами, аналогичными материалу 1).

По разработанной программе вычисляли напряжения. Упругие и реологические характеристики ПЭ представлены на рис. 4. Для $t = 0$, модуль упругости $E = 750$ МПа, а для $t = \infty$, модуль упругости $E = 171,6$ МПа. Сопоставление полученных результатов и численных результатов работы [17] показало практически точное совпадение, что подтверждает достоверность разработанной математической модели и методики расчета труб с изотропными материалами.

Результаты вычисления напряжений представлены на рис. 5.

Результат реализации методики расчета трубы из композита с ФГМ пенополиуретановой теплоизоляцией и полиэтиленовой облицовкой представлен на рис. 6 [19]. На основании экспериментальной методики, представленной в [19], определяли модуль упругости. Предположив, что модуль упругости полиуретана изменяется во времени согласно графику (рис. 7), построенному по результатам испытаний полиуретана в [19], сделали расчет трубы для исходных данных, представленных на рис. 8.

Радиальные напряжения σ_r у внутренней поверхности трубы (согласно граничным условиям) численно равны давлению p , а на наружной — нулю, но они резко уменьшаются в области, где начинается полиуретановая изоляция и фактически стабильны на этом промежутке. Хотя величина напряжений незначительна, но необходимо учитывать изменение напряжений промежуточного слоя во времени (рис. 9–11), во избежание повреждения материала теплоизоляции. Особенно возрастают напряжения для функционально-неоднородных труб при росте параметра неоднородности β (рис. 11). Затем следует выполнить расчет на прочность с использованием гипотезы наибольших касательных напряжений (третья теория прочности) и энергии формоизменения (четвертая теория прочности).



Рисунок 3 — Труба Soluforce RTP из [19]

Fig. 3 — Pipe Soluforce RTP from [19]

СЛАУ					
Материал 1	Материал 2	Материал 3			
E	750	10000	750	P	6,5
V	0,43	0,4	0,43	β	0
a	0,05	b	0,057	h1	0,0035
h2	0,007	$r_{нач}$	0,05	$r_{кон}$	0,064
Кол-во разб. 24					
Вычислить		Повторить		Закреть	
Чтение из файла			Запись в файл		

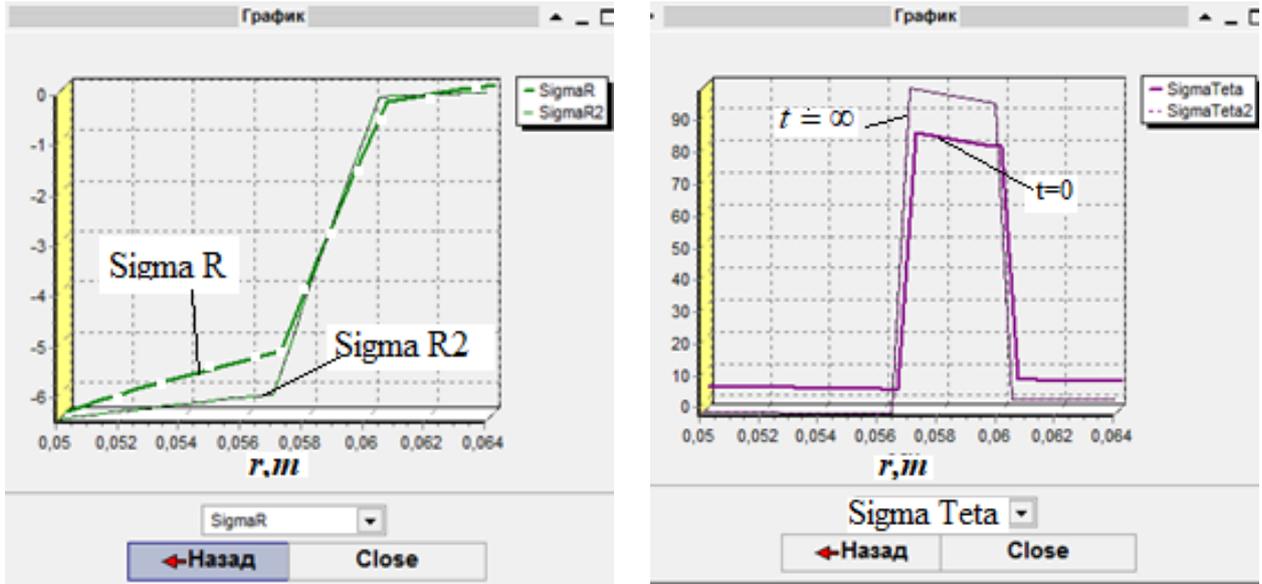
а

СЛАУ					
Материал 1	Материал 2	Материал 3			
E	171,6	10000	171,6	P	6,5
V	0,43	0,4	0,43	β	0
a	0,05	b	0,057	h1	0,0035
h2	0,007	$r_{нач}$	0,05	$r_{кон}$	0,064
Кол-во разб. 24					
Вычислить		Повторить		Закреть	
Чтение из файла			Запись в файл		

б

Рисунок 4 — Ввод исходных данных

Fig. 4 — Input data



а

б

Рисунок 5 — Графики изменения радиальных (а) и окружных (б) напряжений для $t = 0$ и $t = \infty$ (SigmaR, Sigma Teta и SigmaR2, SigmaTeta2 соответственно)
 Fig. 5 — Graphs of radial (a) and circumferential (b) stresses for $t = 0$ and $t = \infty$ (SigmaR, Sigma Teta and SigmaR2, Sigma Teta2 accordingly)

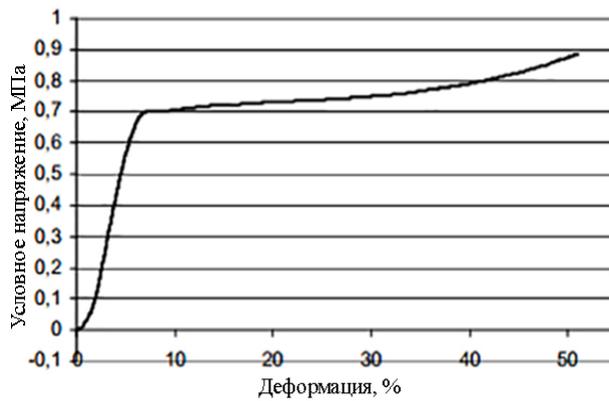


Рисунок 6 — Зависимость напряжения при сжатии теплоизолирующего материала
 Fig. 6 — Dependence of stress at compression of heat-insulating material

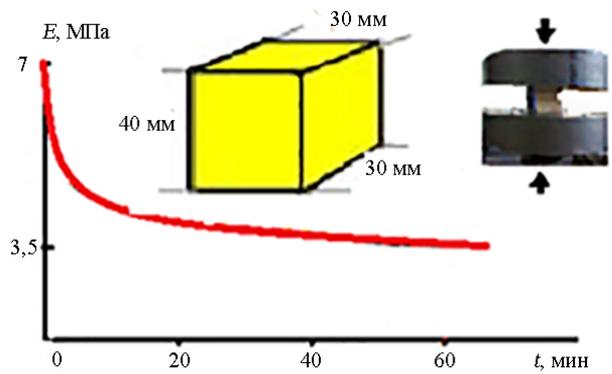


Рисунок 7 — Изменение модуля упругости пенополиуретана
 Fig. 7 — A change of elasticity modulus of the polyurethane foam

СЛАУ			
Материал 1	Материал 2	Материал 3	
E	20000	3,5	1000
V	0,3	0,48	0,4
a	0,075	b	0,083
h2	0,047	r _{нач}	0,075
		r _{кон}	0,126
Кол-во разб. 24			
Вычислить		Повторить	
Чтение из файла		Запись в файл	

Рисунок 8 — Ввод исходных данных
 Fig. 8 — Input data

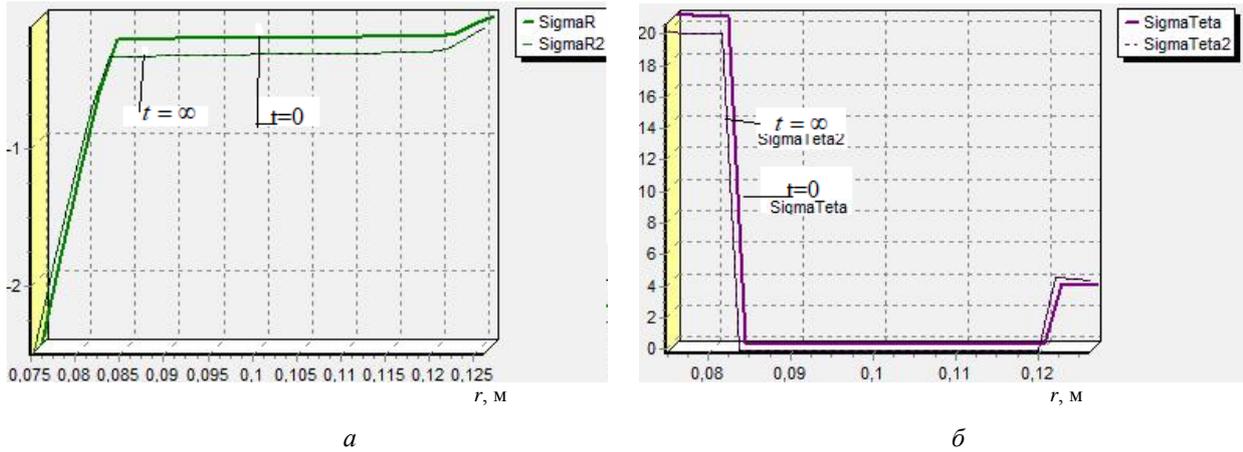


Рисунок 9 — Графики изменения радиальных (а) и окружных (б) напряжений для $t = 0$ и для $t = \infty$ при $\beta = 1$ для $E = 3,5$ МПа (SigmaR, SigmaTeta и SigmaR2, SigmaTeta2 соответственно)

Fig. 9 — Graphs of radial and circumferential stresses for $t = 0$ and for $t = \infty$ by $\beta = 1$ for $E = 3,5$ МПа

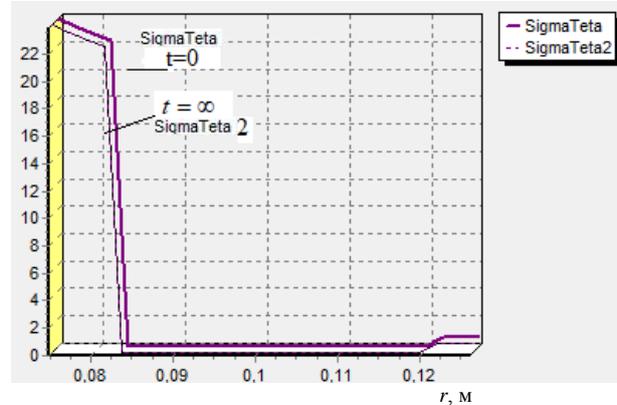
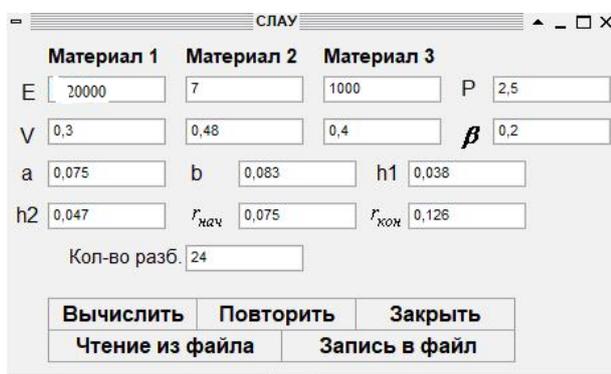


Рисунок 10 — Графики изменения окружных напряжений для $t = 0$ и для $t = \infty$ при $\beta = 0,2$ для $E = 7$ МПа

Fig. 10 — Graphs of the circumferential stresses for $t = 0$ and for $t = \infty$ by $\beta = 0,2$ for $E = 7$ МПа

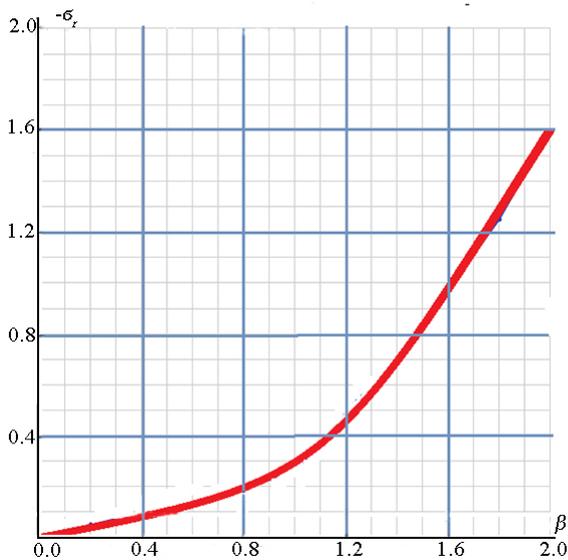


Рисунок 11 — Зависимость изменения радиальных напряжений для $t = 0$ от коэффициента неоднородности β (для данных согласно рис. 8 при $r = 0,09$ м)

Fig. 11 — Dependence of change of radial tension for $t = 0$ on heterogeneity coefficient β (for data according fig. 8 at a point $r = 0,09$ m)

Выводы

Предложена математическая модель и методика расчета напряженного состояния слоистой трубы из композиционных материалов, включая ФГМ. Создана компьютерная программа расчета напряженного состояния для трехслойных труб, которая позволяет учитывать вязкоупругие свойства материала, неоднородности геометрических и физических свойств материалов слоистых труб.

Разработанная методика и предлагаемый подход позволяют по аналогии построить алгоритм и создавать методы расчета композиционных слоистых труб из волокнистых материалов, используя уравнения типа (2) в теории упругости анизотропного тела для ортотропного материала, а также определять их физико-механические свойства.

Разработанный программный комплекс можно успешно применять в машиностроении и в отраслях теплоэнергетики для эффективной оценки надежности и ресурса труб из слоистых композиционных материалов.

Обозначения

МКЭ — метод конечных элементов; НДС — напряженно-деформационное состояние; ФГМ — функционально-градиентный материал; A^* , α — реологические параметры; $A_i, B_i, i = \overline{1,3}$ — неизвестные коэффициенты, входящие в систему для нахождения напряжений; a, b, m — радиусы трубы; c_{ij} — константа упругости, выраженная через модули упругости; E , МПа — модуль упругости; E_0 , МПа — мгновенный модуль упругости; \tilde{E} — интегральный оператор; G , МПа — модуль сдвига; h_1, h_2 — толщина покрытия трубы; $i, j = \overline{1,2,3}$ — индексы при нумерации; K — функция влияния на функцию давления (ядро ползучести); $m_{1,2}$ — параметр неоднородности; n — индекс суммирования; p , МПа — давление в трубе; R — функция влияния на функцию давления (ядро релаксации); r — радиальная компонента цилиндрической системы координат; r , м — текущий радиус трубы; ΣR и ΣR_2 — в программе расчета радиальные напряжения при $t = 0$ и $t = \infty$ соответственно; ΣT и ΣT_2 — в программе расчета окружные напряжения для $t = 0$ и $t = \infty$ соответственно; t , мин — время наблюдения; u_r — радиальная компонента перемещения; x, y, z — координаты декартовой системы координат; θ, z — координаты цилиндрической системы координат; β — коэффициент неоднородности; $\bar{\beta}, \beta^*$ — реологические параметры; Γ, γ — гамма-функции; $\bar{\lambda}$ — реологический параметр; λ_i — постоянная Ляме, где $i = \overline{1,2,3}$; $\varepsilon_\theta, \varepsilon_\theta, \varepsilon_r, \varepsilon_z$ — компоненты тензора деформации; ν_{ij} — коэффициент Пуассона в направлениях i и j , где $i, j = \overline{1,2,3}$; $\tilde{\nu}$ — интегральный оператор; σ , МПа — напряжение; σ_r, σ_θ — радиальные и окружные напряжения соответственно; σ_{ij} — скалярные компоненты поля напряжений в слое; τ , мин — текущее время.

Литература

- Hyer M. W. Hydrostatic Response of Thick Laminated Composite Cylinders // *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1988, vol. 7, pp. 321–330.
- Победра Б. Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 336 с.
- Можаровский В. В., Марьин С. А., Марьина Н. А. Напряженно-деформированное состояние слоистых цилиндрических труб // *Вестник Херсонского национального технического университета*. 2008. № 2. С. 31.
- Pagano N. J., Whitney J. M. Geometric Design of Composite Cylindrical Characterization // *Journal of Composite Materials*, 1970, vol. 4, is. 3, pp. 360–378.
- Андреев В. И. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2002. 288 с.
- Shim D. J., Choi J. B., Kim Y. J. Failure strength assessment of pipes with local wall thinning under combined loading based on finite element analyses // *ASME J. Pressure Vessel Technol.*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 179–183.
- Bhaskar K., Ganapathysaran N. Three-dimensional analysis of a cross-ply cylindrical shell subjected to a localized circumferential shear force // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2002, vol. 79, is. 7, pp. 519–524.
- Можаровский В. В., Кузьменков Д. С. Реализация розрахунку напружень багатослойних труб // *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка Серія: фізико-математичні науки*, 2015. № 5. С. 173–178.
- Можаровский В. В., Марьин С. А. Влияние дефекта (трещины) на напряженно-деформированное состояние цилиндрической трубы из композита // *Материалы. Технологии. Инструменты*, 2015. № 2. С. 19–25.
- Yun-Jae Kim, Do-Jun Shim, Hwan Lim, Young-Jin Kim. Reference stress based approach to predict failure strength of pipes with local wall thinning under single loading // *ASME J. Pressure Vessel Technol.*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 194–201.
- Mohareb M. Plastic interaction relations for pipe sections // *J. Eng. Mech. ASCE*, 2002, vol. 128, is. 1, pp. 112–120.
- Mohareb M. Plastic resistance of pipe sections – an upper bound solution // *J. Struct. Eng. ASCE*, 2003, vol. 129, is. 1, pp. 41–48.
- Можаровский В. В., Марьин С. А., Марьина Н. А. Создание и работа программного комплекса контроля и диагностики сосудов и трубопроводов // *Информационно-компьютерные технологии 2010: Материалы V Международной научной конференции (Житомир, 20–22 мая 2010 г.)*. Житомир, 2010. С. 5–7.
- Gao X. L. Elasto-plastic analysis of an internally pressurized thick-walled cylinder using a strain gradient plasticity theory // *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, is. 23, pp. 6445–6455.
- Tutuncu N., Ozturk M. Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels // *Composites. Part B: Engineering*, 2001, vol. 32, is. 8, pp. 683–686.
- Abrinia K., Naeef H., Sadeghi F., Djavanroodi F. New Analysis for The FGM Thick Cylinders Under Combined Pressure and Temperature Loading // *American Journal of Applied Sciences*, 2008, vol. 5, is. 7, pp. 852–859.
- Дудник А. Е. Моделирование прочностных характеристик и прогнозирование несущей способности напорных труб из полиолефинов: дис. канд. тех. наук: 02.00.06. Ростов-на-Дону, 2016. 142 с.
- Завод полимерных труб [Электронный ресурс]. URL: <https://www.zpt.by/smitflex> (дата обращения: 20.05.2019).
- Можаровский В. В., Кузьменков Д. С., Шилько С. В. Реализация автоматизированной методики определения физико-механических характеристик материалов на примере труб с ППУ-ОЦМ изоляцией и оболочки ПИ-труб // *Неразрушающий контроль и диагностика*. 2014. № 2. С. 49–64
- Lee E. H., Radok J. R. M., Woodward W. B. Stress analysis for linear viscoelasticity materials // *Transactions of the Society of Rheology*, 1959, vol. 3, is. 1, pp. 41–59.
- Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация. М.: Высшая школа, 1976. 277 с.

References

- Hyer M. W. Hydrostatic Response of Thick Laminated Composite Cylinders. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 1988, vol. 7, pp. 321–330.
- Pobedra B. E. *Mehanika kompozicionnyh materialov* [Mechanics of composite materials]. Moscow: MGU Publ., 1984, 336 p.
- Mozharovskij V. V., Mar'in S. A., Mar'ina N. A. Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie sloistyx cilindricheskix trub [The intense deformed condition of layered cylindrical pipes]. *Vestnik Khersonskogo natsional'nogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin Kherson national technical university], 2008, no. 2, pp. 31.
- Pagano N. J., Whitney J. M. Geometric Design of Composite Cylindrical Characterization. *Journal of Composite Materials*, 1970, vol. 4, is. 3, pp. 360–378.
- Andreev V. I. *Nekotorye zadachi i metody mehaniki neodnorodnyh tel* [Some problems and methods of mechanics of non-uniform bodies]. Moscow: ASV Publ., 2002, 288 p.
- Shim D. J., Choi J. B., Kim Y. J. Failure strength assessment of pipes with local wall thinning under combined loading based on finite element analyses. *ASME J. Pressure Vessel Technol.*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 179–183.

7. Bhaskar K., Ganapathysaran N. Three-dimensional analysis of a cross-ply cylindrical shell subjected to a localized circumferential shear force. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2002, vol. 79, is. 7, pp. 519–524.
8. Mozharovskij V. V., Kuz'menkov D. S. Realizacija rozrahunku napruzhen' bagatosharovih trub [Realization of calculation of tension of multilayered pipes]. *Visnik Kiivs'kogo nacional'nogo universitetu imeni Tarasa Shevchenka. Serija: fiziko-matematichni nauki* [Bulletin of the Kiev national university of Taras Shevchenko. Series: physical and mathematical sciences], 2015, no. 5, pp. 173–178.
9. Mozharovskij V. V., Mar'in S. A. Vlijanie defekta (treshhiny) na naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie cilindricheskoj trubyy iz kompozita [Influence of defect (crack) on the intense deformed condition of a cylindrical pipe from a composite]. *Materialy. Tehnologii. Instrumenty* [Materials. Technologies. Tools], 2015, no. 2, pp. 19–25.
10. Yun-Jae Kim, Do-Jun Shim, Hwan Lim, Young-Jin Kim. Reference stress based approach to predict failure strength of pipes with local wall thinning under single loading. *ASME J. Pressure Vessel Technol*, 2004, vol. 126, is. 2, pp. 194–201.
11. Mohareb M. Plastic interaction relations for pipe sections. *J. Eng. Mech. ASCE*, 2002, vol. 128, is. 1, pp. 112–120.
12. Mohareb M. Plastic resistance of pipe sections – an upper bound solution. *J. Struct. Eng. ASCE*, 2003, vol. 129, is. 1, pp. 41–48.
13. Mozharovskij V. V., Mar'in S. A., Mar'ina N. A. Sozdanie i rabota programmnogo kompleksa kontrolja i diagnostiki sosudov i truboprovodov [Creation and work of a program complex of control and diagnostics of vessels and pipelines]. *Materialy V Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Informacionno-komp'juternye tehnologii 2010»* [Materials V of the International scientific conference "Information and computer technologies 2010"]. Zhytomyr, 2010, pp. 5–7.
14. Gao X. L. Elasto-plastic analysis of an internally pressurized thick-walled cylinder using a strain gradient plasticity theory. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, is. 23, pp. 6445–6455.
15. Tutuncu N., Ozturk M. Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels. *Composites. Part B: Engineering*, 2001, vol. 32, is. 8, pp. 683–686.
16. Abrinia K., Naei H., Sadeghi F., Djavanroodi F. New Analysis for the FGM Thick Cylinders Under Combined Pressure and Temperature Loading. *American Journal of Applied Sciences*, 2008, vol. 5, is. 7, pp. 852–859.
17. Dudnik A. E. Modelirovanie prochnostnyh harakteristik i prognozirovanie nesushhej sposobnosti napornyh trub iz poliolefinov. Dis. kand. tekh. nauk [Modeling of strength characteristics and forecasting of bearing capacity of pressure head pipes from polyolefins. Ph. D. eng. sci. diss.]. Rostov-na-Donu, 2016. 142 p.
18. Zavod polimernyh trub (Plant of polymeric pipes). Available at: <https://www.zpt.by/smitflex> (accessed 20 May 2019).
19. Mozharovskij V. V., Kuz'menkov D. S., Shil'ko S. V. Realizacija avtomatizirovannoj metodiki opredelenija fiziko-mehaničeskikh harakteristik materialov na primere trub s PPU-OCM izoljaciej i obolochki PI-trub [Realization of the automated technique of definition of physico-mechanical characteristics of materials on the example of pipes with PPU-OTsM isolation and covers of PI-pipes]. *Nerazrushajushhij kontrol' i diagnostika* [Nondestructive control and diagnostics], 2014, no 2, pp. 49–64.
20. Lee E. H., Radok J. R. M., Woodward W. B. Stress analysis for linear viscoelasticity materials. *Transactions of the Society of Rheology*, 1959, vol. 3, is. 1, pp. 41–59.
21. Koltunov M.A. *Polzuchest' i relaksacija* [Creep and relaxation]. Moscow: Vysshaya shkola, 1976. 277 p.

Поступила в редакцию 07.06.2019

© В. В. Можаровский, Д. С. Кузьменков, Е. А. Голубева, 2019